

## ***La teoria dell'efficacia etico-economica***

Il quadro economico-politico mondiale attuale porta a una riflessione sull'involuzione della società moderna in termini di "rapporti umani". La vecchia legge del più forte spesso prevale sul senso di comunità.

La strada intrapresa è quella che rende la partecipazione del singolo individuo alle scelte economiche una "cosa per pochi", ad accesso limitato, mentre la stessa etimologia della parola "Economia" pone l'attenzione sul fatto che ognuno è chiamato a sentirsi parte di questo sistema, oikos (casa) e nomos (legge) ci trasmettono l'idea di un qualcosa che riguarda tutti, di scelte alle quali il singolo, cittadino del mondo, deve dare il proprio contributo.

Da una parte il qualunquismo che oggi è fin troppo diffuso tra molte classi della società e che rende la partecipazione attiva sempre più carente, dall'altra un sistema economico che ne approfitta in ogni scelta, accesso al credito sempre più difficile per chi ne ha bisogno, vendita di strumenti finanziari svantaggiosi per il pubblico nonostante l'abbondante struttura normativa posta a tutela, creano uno scenario preoccupante.

La Teoria dell'efficacia etico-economica tiene conto di queste premesse per arrivare a sviluppare un modello economico nuovo, che prende forma dalla controversa commistione tra etica, sociologia ed economia. Se è vero che l'economia riguarda l'uomo e le sue scelte, non si può non partire da considerazioni sulla natura e sui rapporti umani, che diventano mezzo per il raggiungimento di risultati economici tangibili.

Il punto di partenza, come detto, non è l'homo economicus bensì l'uomo, protagonista della propria storia e portatore di cambiamento; non è sufficiente porsi in atteggiamento di critica distruttiva, non basta dar la colpa ai governi, ai governanti, al sistema economico, alla politica economica; l'uomo, il cittadino, vive nel mondo, ed è da lui che deve cominciare una visione diversa delle cose, del bene comune, di tutto ciò che lo circonda, la consapevolezza che casa propria non finisce con l'uscio della porta ma continua ben oltre, ed è questa la tensione che deve guidare ognuno di noi in ogni istante della nostra vita.

Per far sì che questo avvenga bisogna ovviamente creare una nuova "cultura civica", che ha le proprie radici in una concezione del tutto nuova di ciò che sta attorno a noi.

Esistono sul nostro territorio moltissime realtà cosiddette “diseconomiche”, attività con un forte squilibrio tra costi e ricavi come ad esempio centri ricreativi, centri di assistenza per anziani, per disabili, per disagiati, in cui non esiste una vera e propria attività produttiva tale da riuscire a coprire gli enormi costi che sono necessari al loro mantenimento. Tuttavia, con una visione più ampia, più lungimirante, si possono ottenere risultati economici positivi e rilevanti.

Queste realtà, sfruttate ed utilizzate in modo positivo, creando iniziative volte alla sensibilizzazione della popolazione attraverso un contatto diretto, con manifestazioni pubbliche che coinvolgano la partecipazione della cittadinanza e che favoriscono un’integrazione dei “disagiati” nella società cosiddetta civile, producono a tutti gli effetti cultura, stimolano le coscienze, incrementano la sensibilità, il senso civico, l’attenzione non soltanto verso il “meno fortunato” ma verso l’altro e di conseguenza verso il bene comune. Tutto questo nel lungo periodo si riflette sull’evoluzione della società, anche e soprattutto in termini economici, poiché un cittadino “sensibile” è un cittadino che è meno portato a commettere atti criminali, violenti, vandalici, a sporcare di meno le aree pubbliche, a rispettare gli spazi comuni e questo si traduce in una riduzione della spesa pubblica, in particolare diminuiranno:

- Le spese di pubblica sicurezza
- Le spese per il mantenimento del bene pubblico
- Le spese della gestione integrata dei rifiuti
- Le spese carcerarie e processuali

Conseguenza di ciò è l’utilizzo del denaro risparmiato in un aumento dei servizi generali, dei servizi ai cittadini, delle iniziative culturali e dunque un miglioramento della qualità della vita.

Punto nodale di questa teoria è la fiducia verso l’essere umano, che messo nelle giuste condizioni, ben stimolato e seguito può dar vita a un cambiamento che parte dal basso, e che può dare input ad una rivoluzione generale.

Yunus ha compiuto una scelta apparentemente diseconomica nel breve periodo, ha stravolto il concetto di accesso al credito con i prestiti senza garanzie personali, una scelta pericolosa ma che nel lungo periodo ha aiutato il Bangladesh a compiere progressi significativi nello sviluppo sociale, nella qualità della vita, nei settori dell’alfabetizzazione, nella parità di scolarizzazione. Allo stesso modo una teoria che si basa su scelte apparentemente non economiche può portare la

società moderna a compiere grandi passi verso un futuro eticamente e economicamente sostenibile.

Un cittadino “eticamente” sensibilizzato può essere educato anche a una serie di comportamenti sostenibili, si tratta di una vera e propria rivoluzione delle nostre abitudini quotidiane. Partire, quindi, dalle piccole cose, dalle routinarie attività quotidiane che, alla fin fine, costituiscono, in termini di tempo d’esecuzione, una porzione molto ampia di ogni nostra giornata: limitare i consumi, specie d’acqua, evitare gli sprechi, cooperare con gli altri, sostituire la moda dell’usa e getta con quella del recupero e riuso, utilizzare prodotti ecocompatibili, utilizzare l’automobile solo in casi di necessità, impegnarsi a non inquinare, scambiare (tipo libri, cd, attrezzi, ecc.) per evitare di acquistare, sono solo alcuni degli imperativi per uno stile di vita decisamente ecocompatibile. La nostra società si basa su un flusso continuo di merci e prodotti, e per questo viene definita consumistica e, certamente, per cambiare le cose occorre intervenire (interferire) su questi automatismi.

### ***Un caso concreto: i centri per disabili***

Una perfetta applicazione della teoria si può avere attenzionando la realtà dei centri per disabili. Le caratteristiche sono quelle descritte dalla teoria stessa, cioè di “diseconomicità”, con una visione classica lo squilibrio tra costi e ricavi è forte, i pochi introiti veri di questi centri derivano delle pensioni di invalidità dei residenti, il resto è tutta spesa pubblica per far fronte alla loro assistenza 24 ore su 24 in termini di servizi e utenze; non vi è dunque un bilanciamento tra attività produttiva e costi poiché di produzione non si può parlare in alcun termine.

A questo punto la domanda provocatoria è: a che serve tenere in vita simili strutture? Sono il simbolo del perbenismo e della coscienza pulita della società oppure sono realmente un segno di civiltà?

In parte purtroppo sono vere entrambe le accezioni, per molta gente questi centri sono soltanto un modo per ostentare il proprio buonismo, per far risaltare “l’animo altruista della

società moderna”, mentre queste realtà sono molto di più, sono il simbolo di una società che si evolve, che considera tutti gli esseri umani degni di rispetto e dignità, e andando ancora oltre questa semplice visione, possono essere davvero il trampolino di lancio per un cambio di prospettiva che porta a risultati economici tangibili.

L'esempio che mi viene in mente è quello relativo ad una realtà che ho toccato con mano: il centro socio-riabilitativo per portatori di handicap grave Don Orione. Negli ultimi anni ha destato scandalo la notizia dell'interruzione dei finanziamenti di Asp e Comune alla struttura che offre vitto, alloggio e assistenza a 34 disabili, prova del fatto che l'interesse pubblico attorno a questi centri lascia il posto a quello economico, non riuscendo ad andare oltre questa visione. Al di là delle considerazioni (giuste) su chi lavora e deve portare avanti la propria famiglia con grande difficoltà, rifletto sulla reale utilità di queste strutture in un'ottica etico-economica. Da circa tre anni infatti, insieme ad un gruppo di volontari scout, porto avanti un progetto che consiste nel far conoscere e interagire i giovani con il mondo della disabilità attraverso varie attività all'interno del centro socio-riabilitativo. L'iniziativa, che nasce con l'intento di sensibilizzare le nuove generazioni, finisce per avere conseguenze reali ed economiche sulla società; coloro i quali entrano in contatto con la struttura nella sua interezza, con gli ospiti e con il personale, non vanno via senza avviare dentro di sé un piccolo cambiamento di prospettiva, una sensibilizzazione che li porta a riflettere su questo tipo di realtà, sulla loro utilità, sul bene comune, sulla società civile, con tutte le conseguenze positive che questo ha sui comportamenti economici della loro quotidianità.

Per poter parlare di efficienza empirica bisognerebbe aspettare anni e avviare un'accurata analisi statistica nelle varie realtà geografiche di provenienza dei ragazzi che hanno partecipato a questo progetto, realizzando differenti indicatori relativi alla vita di ogni singolo partecipante e rapportandoli e quelli inerenti al contesto sociale di riferimento. Nonostante le grandi difficoltà ritengo che l'analisi darebbe risultati positivi, per questo credo che le istituzioni pubbliche dovrebbero, oltre che sostenere queste strutture dal punto di vista economico, cominciare a considerarle utili in termini etico-economici, creare iniziative dirette alle varie fasce della popolazione, uno dei metodi principali che mi viene in mente è il canale scolastico,

volte alla sensibilizzazione etica, al miglioramento della società considerando come punto di partenza l'uomo.

## ***Il Modello matematico***

Da pochi anni, la sinergia tra economia ed etica, viene teorizzata dall'economista premio nobel Amartya Sen, che sostiene che al valore della ricchezza, la quale rimane sempre un elemento base del mercato, debbano essere aggiunti anche elementi con caratteristiche etiche. La qualità della vita diviene una variabile algebrica nei calcoli economici. Il mercato è vero mercato quando non produce solo ricchezza ma soddisfa anche attese e valori etici che comunque daranno risultati economici nel lungo periodo.

Per costruire il nostro modello applichiamo l'analisi completa di un gioco differenziabile per determinare eventuali comportamenti appropriati (azioni) di un "giocatore" durante le scelte strategiche di investimento, sia dal punto di vista non cooperativo che da quello cooperativo.

Per associare una reale interazione strategica in un gioco differenziabile qualsiasi strategia del giocatore deve, per esempio, essere una parte di un spazio vettoriale topologico, fine di un sottoinsieme aperto dello spazio. Il caso più frequente è quello in cui i set-strategia sono intervalli compatti della retta reale. D'altra parte, molto spesso, le azioni a disposizione di un giocatore possono formare un insieme finito, e in questo caso un modo naturale per costruire un gioco che rappresenti la situazione economica è la von Neumann convexification (noto anche come estensione canonica) che conduce ad un gioco differenziabile con scenari probabilistici, e quindi anche più adatti allo scopo di rappresentare interazioni reali. Per quanto riguarda l'analisi completa di un gioco differenziabile, il suo primo obiettivo è la conoscenza precisa dei confini di Pareto (massimo e minimo) dello spazio payoff, che ci permetterà di sviluppare in modo esplicito la fase cooperativa del gioco.

La teoria dei giochi si è rivelata un potente strumento per suggerire le strategie che devono essere impiegate da un investitore istituzionale razionale in ambienti competitivi. Tuttavia,

nella gran parte della letteratura corrente in materia, le metodologie utilizzate sono tratte solo dalla teoria dei giochi finiti, e ciò preclude diverse applicazioni più profonde e i suoi successivi studi e sviluppi. In questo modello, al contrario, concentriamo la nostra attenzione su giochi differenziabili infiniti, che sono modelli più complessi e possono essere notevolmente più adatti alle situazioni economiche reali.

**La situazione Economica.** Consideriamo un investitore istituzionale, esso potrà decidere di effettuare scelte di investimento Etiche (E), Non Etiche (NE) o una combinazione tra le due, considerando con scelte Etiche quelle che comportano un beneficio economico per la collettività, e con scelte Non Etiche quelle che comportano esclusivamente dei costi.

L'investitore istituzionale sarà portato a compiere delle scelte apparentemente diseconomiche nel breve periodo (NE) a vantaggio di una costante crescita nel lungo periodo dei vantaggi Etico-Economici (E).

**Parametri del modello.** I parametri del modello sono:

- L'investitore istituzionale – statale
- Il tempo
- Le strategie dell'investitore istituzionale (E, NE)
- Le strategie riferite al tempo (il suo trascorrere)
- I risultati Etici, ovvero i benefici per la società
- I risultati non Etici, cioè gli svantaggi economici

**Descrizione formale del modello.** L'estensione mista del modello finito  $(M', <)$  è il gioco-perdita differenziabile infinito  $G = (f, <)$  con il set di strategie  $E = F = [0,1]$  e una funzione di doppia perdita (disutilità)  $f$  definita su un piano cartesiano  $[0,1]^2$  da

$$f(x,y) = -(-4xy, x+y), \quad \text{con } y = T$$

per ogni bistrategia del gioco  $(x,y)$ . Possiamo indicare lo spazio della bistrategia con  $S$ . Lo spazio della bi strategia è nel piano cartesiano  $[0,1]^2$ , e possiamo indicare con  $A, B, C$  e  $D$  i suoi quattro vertici  $(0,0)$ ,  $(1,0)$ ,  $(1,1)$  and  $(0,1)$ .

**Osservazione.** Il doppio valore conservativo del gioco finito bimatrice  $M$  è la coppia  $(0,1)$ .

**Classificazione.** Il gioco non è lineare, è assolutamente bilineare. Non è simmetrico rispetto ai giocatori, in quanto la perdita  $f_1(x, y)$  è diversa dalla perdita  $f_2(y, x)$ , ma è simmetrica rispetto alle bistrategie, poiché  $f_i(x, y)$  è uguale  $f_i(y, x)$ , per ogni giocatore  $i$ . Non è invertibile, poiché vi sono due differenti bistrategie equivalenti, poiché il la doppia perdita  $f(1,0)$  è uguale alla doppia perdita  $f(0,1)$ , che equivale alla doppia perdita  $(0,1)$ .

### Lo spazio critico del modello misto

**Matrice Jacobiana.** La matrice Jacobiana della funzione  $f$  in un punto  $(x, y)$  dello spazio bistrategico  $S$ , indicato da  $Jf(x, y)$ , è la matrice avente come righe i gradienti delle funzioni di perdita  $f_1$  e  $f_2$ , rispettivamente, che sono  $\text{grad } f_1(x, y) = (-4y, -4x)$  e  $\text{grad } f_2(x, y) = (1, 1)$ , per ogni bistrategia  $(x, y)$ . Il determinante jacobiano, nella bistrategia  $(x, y)$ , è  $\det Jf(x, y) = -4y - 4x$ , per ogni coppia  $(x, y)$  nello spazio bistrategico  $S$ .

**Spazio critico.** La zona critica è il sottoinsieme dello spazio bi strategico  $S$  di tali bistrategie  $(x, y)$  in cui la matrice jacobiana non è invertibile, così che si verifichi la relazione  $\det Jf(x, y) = 0$ , cioè,  $x = y$ . In simboli, la zona critica è l'insieme

$$C(f) = \{(x, y) \in S : x = y\} = [A, C].$$

**Trasformazione dello spazio critico.** Dobbiamo determinare l'immagine  $f([A, C])$ . Il segmento  $[A, C]$  è l'insieme di coppie reali  $(x, y)$  tale che  $x = y$  ed  $y$  è nell'intervallo  $[0, 1]$ . Il valore della funzione biloss sul generico punto  $(y, y)$  di tale segmento è  $f(y, y) = (-4Y^2, 2y)$ . Impostazione, per ogni  $y$  in  $[0, 1]$ ,  $X = -4Y^2$  e  $Y = 2y$ , abbiamo  $y = Y / 2$  e  $X = -Y^2$ , con  $Y$  in  $[0, 2]$ . Così, l'immagine

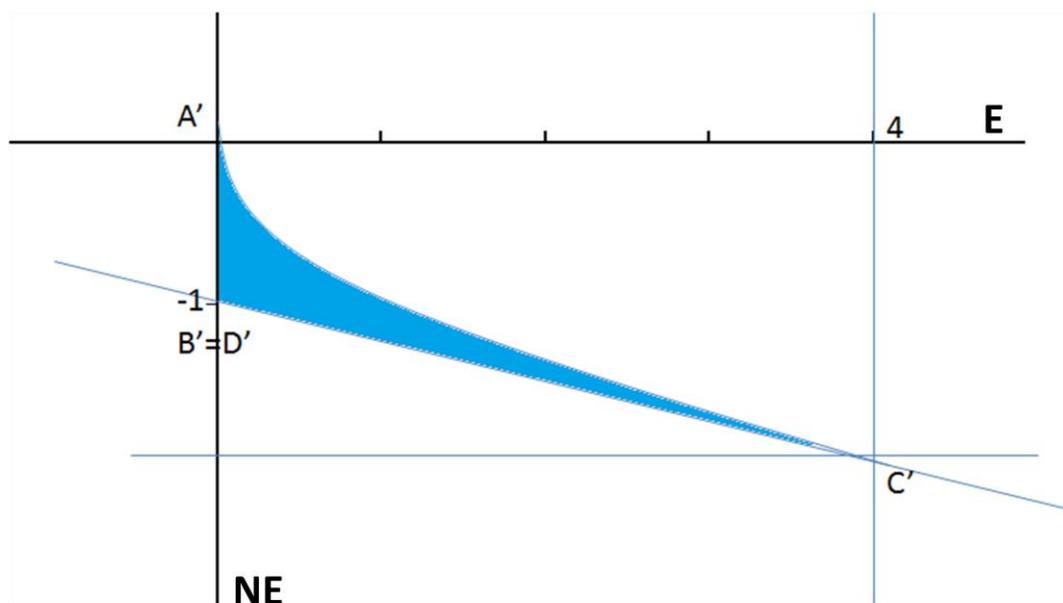
della zona critica è il tratto di parabola di equazione  $X = -Y^2$  con punti finali  $A' = f(A) = (0,0)$  e  $C' = f(C) = (-4,2)$ .

**Trasformazione del confine topologico dello spazio bistrategico.** Partiamo dall'immagine  $f([A, B])$ . Il segmento  $[A, B]$  è l'insieme dei punti  $(x, y)$  del piano euclideo tale che l'ordinata  $y$  è uguale a 0 e l'ascissa  $x$  è nell'intervallo  $[0,1]$ . Il valore della funzione di doppia perdita sul generico punto  $(x, 0)$  di questo segmento è il "biloss"  $f(x, 0) = (0, x)$ . Per ogni  $x$  in  $E$ ,  $X = 0$  e  $Y = x$ , si ha  $X = 0$  e  $Y$  appartenente a  $[0,1]$ . Così l'immagine del segmento  $[A, B]$  è il segmento dei punti terminali  $A' = (0,0)$  e  $B' = f(B) = (0,1)$ . **Immagine del segmento  $[D, C]$ .** Il segmento  $[D, C]$  è l'insieme dei punti  $(x, y)$  tale che  $y = 1$  ed  $x$  è in  $[0,1]$ . L'immagine del generico punto  $(x, 1)$  di questo segmento è quindi il biloss  $f(x, 1) = (-4x, x+1)$ . Per ogni  $x$  in  $E$ ,  $X = -4x$  e  $Y = x+1$ , si ha  $x = Y-1$  e  $X = -4Y+4$ , con  $Y$  in  $[1,2]$ . Così l'immagine è il segmento dei punti terminali  $D' = f(D) = (0,1)$  e  $C' = (-4,2)$ . **Trasformazione del segmento  $[C, B]$ .** Il segmento  $[C, B]$  è l'insieme di tutti i punti del piano tali che  $x = 1$  e  $y$  è in  $[0,1]$ . L'immagine della generica bistrategia di questo segmento è il biloss  $f(1, y) = (-4y, 1+y)$ . Per qualsiasi strategia Temporale in  $F$ ,  $X = -4y$  e  $Y = 1+y$ , otteniamo  $y = Y-1$  e  $X = -4Y+4$ . Quindi, l'immagine è l'insieme di bilosses  $(X, Y)$  tale che  $X = 4-4Y$ , con  $Y$  è nell'intervallo  $[-4,0]$ . Quindi l'immagine è il segmento dei punti finali  $C' = (-4,2)$  e  $B' = (0,1)$ . **Trasformazione del segmento  $[A, D]$ .** Il segmento  $[A, D]$  è l'insieme di bistrategies  $(x, y)$  tale che  $x = 0$  e  $y$  che si trova nell'intervallo  $[0,1]$ . L'immagine del punto generico di questo segmento è il biloss  $f(0, y) = (0, y)$ . Per tutti gli  $y$  in  $F$ ,  $Y = y$ , otteniamo  $X = 0$  e  $Y$  appartenente a  $[0,1]$ . Quindi l'immagine è il segmento dei punti finali  $A' = (0,0)$  e  $D' = (0,1)$ .

**Lo spazio biloss.** Lo spazio biloss  $f(S)$  è semplicemente la parte limitata del piano avente per confine topologica l'unione delle quattro immagini precedentemente ricavate con l'immagine della parte critica del gioco.

**Estremi del gioco.** Gli estremi del gioco sono l'estremo inferiore  $\inf G = (-4,0)$ , non appartenente allo spazio biloss  $f(S)$  del gioco  $G$ , e l'estremo superiore  $\sup G = (0,2)$ , anche in questo caso, non appartenente allo spazio biloss  $f(S)$ . Sono, quindi, due estremi ombra.

**Confini paretiani.** I confini Paretiani minimo e massimo dello spazio biloss sono, rispettivamente: l'immagine della zona critica del gioco, che è l'arco parabolico con punti finali  $A'$  e  $C'$  e il segmento  $[B', C']$ . I confini Paretiani minimo e massimo dello spazio bistrategico sono, rispettivamente, il segmento  $[A, C]$  e l'unione di due segmenti  $[B, C]$  e  $[D, C]$ .



**Controlli Paretiani.** Sia l'investitore istituzionale che il tempo non controllano il confine Pareto minimo. Al contrario, l'investitore istituzionale controlla parte del contorno Pareto massima, precisamente il segmento  $[B, C]$  giocando la strategia di controllo 1. Il tempo controlla parte del contorno Pareto massima, precisamente il segmento  $[D, C]$  giocando la strategia di controllo 1.

**Raggiungibilità non-cooperativa dei confini Paretiani.** Entrambe le scelte di investimento possono raggiungere il confine Pareto massimo non cooperativo e giocare le rispettive strategie di ampio respiro-1 e 1, rispettivamente. Né l'investitore istituzionale né il tempo possono raggiungere il confine Pareto minimo non cooperativo

**Soluzioni Paretiane non cooperative.** Non esistono soluzioni Pareto minime che non cooperano. C'è solo una soluzione non cooperativa Pareto massima, la bistrategia  $C = (1,1)$ , che è un angolo di controllo.

**Corrispondenze dedicate.** La derivata parziale della funzione di perdita dell'investitore istituzionale  $f$  rispetto al secondo argomento è  $D_2 f_1(x, y) = -4x$ , per ogni bistrategia  $(x, y)$  in spazio  $S$ , allora, riguardante il suo segno, ci sono due casi:  $x = 0$  e  $x > 0$ . Se  $x$  è zero, allora la funzione parziale  $f_1(x, \cdot)$  è costante e quindi tutte le strategie del tempo (il suo trascorrere) si dedicano alla strategia dell'investitore istituzionale (investimenti etici)  $0$ . Se la  $x$  strategia dell'investitore istituzionale è strettamente positiva, allora la funzione di perdita parziale  $f_1(x, \cdot)$  è strettamente decrescente, e il suo dedicata del tempo è definita da  $L_2(x) = F$  se  $x = 0$  e  $L_2(x) = 1$  se  $x > 0$ , per ogni strategia istituzionale  $x$  in  $E$ . Per quanto riguarda la corrispondenza dedicata dell'investitore istituzionale, abbiamo  $D_1 f_2(x, y) = 1$ , quindi la funzione di perdita parziale del tempo  $f_2(\cdot, y)$  è strettamente crescente, per ogni  $y$  strategia in  $F$ , e quindi assume il suo minimo alla strategia  $0$ . Concludendo la corrispondenza dedicata dell'investitore istituzionale è definito da  $L_1(y) = 0$ , per ogni  $y$  strategia nello spazio strategico  $F$  del tempo

**Equilibri Dedicati.** L'insieme di tutti gli equilibri dedicati, intersezione del grafico inverso della regola dedicata del nostro investitore istituzionale con il grafico della regola dedicata del tempo, è il segmento  $[a, d]$  ed è un insieme infinito.

**A proposito degli equilibri dedicati.** Gli equilibri dedicati sono non cooperativamente raggiungibili. Riguardo l'efficienza, l'equilibrio dedicato  $D$  è inefficiente, poiché giace sopra il limite massimo Pareto, al contrario, l'equilibrio devozione  $A$  è efficiente, dal momento che appartiene al limite Pareto minimo

### **Fase Difensiva**

**Valore conservativo dell'investitore istituzionale.** Abbiamo, con un semplice calcolo,  $v_1^{\#} = 0$ .

**Perdita peggiore della funzione dell'investitore istituzionale.** Per definizione, la peggior perdita della funzione  $w_1$  dell'investitore istituzionale è definita dallo spazio strategico

dell'investitore istituzionale  $f^{\#}_1(x) = \sup_F f_1(x, \cdot)$ , per ogni  $x$  strategia istituzionale in  $E$ . Calcoliamo la funzione di  $w_1$ : per il segno della derivata parziale della funzione di perdita dell'investitore istituzionale, cioè, la derivata  $D_2 f_1(x, y) = -4x$ , ci sono due casi. I° caso. Se  $x = 0$ , allora la derivata parziale è costantemente 0 e quindi la funzione parziale  $f_1(0, \cdot)$  è costante in  $E$ . Quindi, la peggiore risposta offensiva alla strategia di investimento etico 0 è qualsiasi strategia riferita al trascorrere del tempo, in altre parole  $O_2(0) = [0, 1]$ . II° caso. Se l'azione dell'investitore istituzionale  $x$  è strettamente positiva, quindi, la derivata parziale è strettamente decrescente, e quindi la funzione  $f_1(x, \cdot)$  è strettamente decrescente, conseguentemente  $O_2(x) = 0$ , per ogni  $x$  non-zero in  $E$ . La peggiore funzione di perdita istituzionale è quindi definita da  $f^{\#}_1(x) = 0$  se  $x = 0$  e  $f^{\#}_1(x) = 0$  se  $x > 0$ , per ogni  $x$  in  $E$ .

**Valore conservativo del tempo.** Abbiamo  $v^{\#}_2 = 1$ .

**Perdita peggiore della funzione tempo.** È molto semplice dedurre che la peggior perdita della multifunzione offensiva istituzionale è definita da  $O_1(y) = 1$ , per ogni  $y$  in  $F$ . La perdita peggiore della funzione tempo è definita da  $f^{\#}_2(y) = 1 + y$ , per ogni  $y$  in  $F$ .

**Bivalore conservativo.** Il Bivalore conservativo è il vettore  $v = (0, 1) = B'$ .

**Strategie conservative dei giocatori.** Tutte le strategie dell'investitore istituzionale sono conservatrici, in altri termini strategia conservativa  $E^{\#} = E$ . L'unica strategia conservativa del tempo è 0.

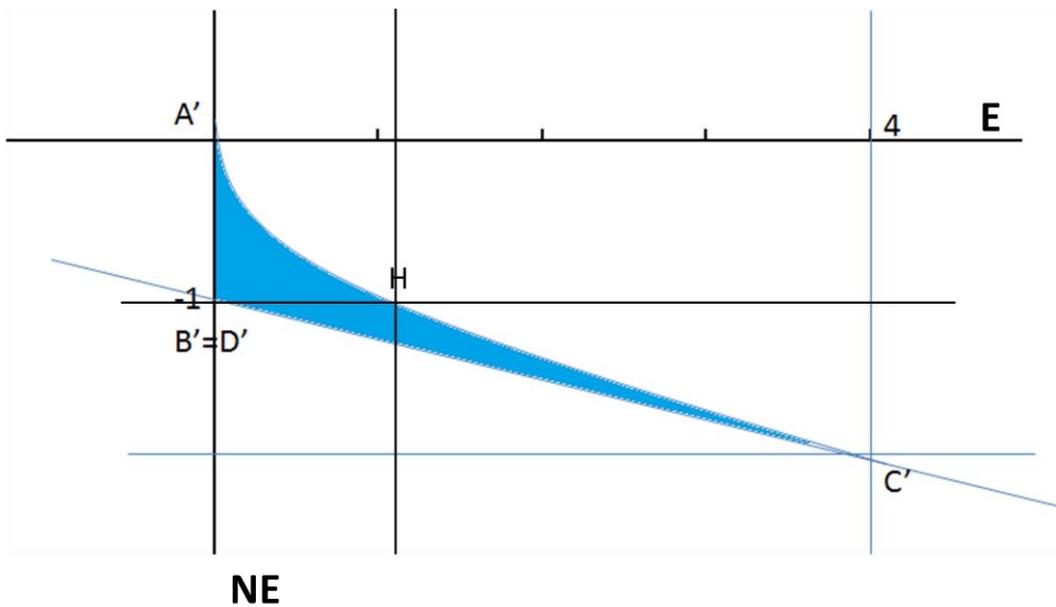
**angoli conservatori.** Infine, l'insieme di tutti gli angoli conservatori è il segmento  $[A, B]$ , poiché qualsiasi bistrategia  $(x, 0)$  è un angolo conservativo.

**Parti conservative.** La parte conservativa dello spazio biloss è il sottoinsieme dello spazio biloss  $f(S)$  contenuto nel triangolo uguale al range convesso  $\text{conv}(K', B', A')$ . La parte conservatrice dell'investitore istituzionale  $E^{\#}$  è l'insieme delle bistrategie  $(x, y)$  tale che la perdita  $-4xy$  non è positivo (minore o uguale a  $v^{\#}_1 = 0$ ), che è l'insieme di tutte bistrategie  $(x, y)$  tale che il prodotto  $xy$  non è negativo, allora tutti le bistrategie del gioco sono conservatori per l'investitore istituzionale. Concernente il tempo, la parte conservatrice  $F^{\#}$  è l'insieme delle

bistrategie tale che la perdita  $x + y$  è minore o uguale a 1, quindi coincide con la parte conservatrice del gioco.

**Nucleo.** Il nucleo dello spazio biloss è l'arco-segmento di confini Pareto minimi con estremità nei punti H' e A': dove H' = (-1,1). Per determinare il nucleo del gioco, nello spazio bistrategico, dobbiamo trovare la retroimmagine del biloss H'. Una bistrategia H = (x, y) tale che H' = f(H) verifica le due uguaglianze  $-4xy = -1$  e  $x + y = 1$ , l'equazione risolvente di questo sistema di equazioni è  $4y - 4y^2 = 1$ , che ci dà la seguente soluzione realizzabile H = (1/2, 1/2), allora il nucleo è la linea-segmento del nucleo (G) = [A, K].

**Nodi conservatori.** Un possibile nodo conservatore N# verifica l'uguaglianza  $v^{\#} = f(N^{\#})$ , cioè, il sistema  $-4xy = 0$  e  $x + y = 1$ , che ha le soluzioni  $N^{\#} 1 = (0,1) = D$  e  $N^{\#} 2 = (1,0) = B$ .



**La perdita complessiva minima** (massima utilità collettiva). Le "bilosses" possibili con la massima utilità collettiva sono le possibili soluzioni del problema di ottimizzazione seguente:

$$\min (X + Y) = X \text{ sub-} Y^2.$$

Si vede subito che la biloss unico con queste due proprietà è  $C' = (4, -2)$ , con l'utilità collettiva 2. L'unica soluzione che massimizza l'utilità del gioco è quindi corrispondente alla bistrategia C.

**A proposito delle soluzioni cooperative.** Le soluzioni cooperative che abbiamo trovato sono diverse e non equivalenti tra loro.

**Utilità trasferibile.** Supponendo che i giochi abbiano utilità trasferibile, di certo la soluzione di massima utilità è una buona soluzione, ma in questo ultimo caso, i giocatori devono affrontare il problema della contrattazione di un'equa divisione del utilità massima collettiva.

**Un'equa divisione del guadagno totale.** È facile vedere che tutte le principali soluzioni di compromesso sulla confine minima perdita collettiva sono coincidenti con il biloss Kalai-Smorodinsky, in questa nuova situazione i giusti biloss sono  $(-3/2, -1/2)$ .

